

محاضرات الدفتر

القسم : رياضيات تحليل السنة : الرابعة + ج. المادة : منطق رياضي المحاضرة : السادسة

مبرهنة 1

لتكن (E, \leq, \vee, \wedge) شبكة توزيعية تحتوي العنصرين 0 و 1 وكان العنصر ما فيه مقام $(x \in E)$ فإن هذا العنصر طبق وصي

الاستدلال

نفرض ان العنصر $x \in E$ يتحقق له x_1, x_2

$$\left. \begin{array}{l} x \vee x_1 = 1, \quad x \wedge x_1 = 0 \\ x \vee x_2 = 1, \quad x \wedge x_2 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

مخبرنا يتبع ان

$$\left. \begin{array}{l} x \vee x_1 = x \vee x_2 \\ x \wedge x_1 = x \wedge x_2 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

بما ان E شبكة توزيعية $\Rightarrow \boxed{x_1 = x_2}$

مبرهنة 2

اذا كانت (E, \leq, \vee, \wedge) شبكة توزيعية تحتوي العنصرين 0 و 1 وكان العنصرين x و y متحققين له x' و y' على الترتيب عندئذ لا تحق قانون دي مورغان

$$\boxed{1} \quad (x \wedge y)' = x' \vee y'$$

$$\boxed{2} \quad (x \vee y)' = x' \wedge y'$$

الاستدلال

$$(x' \vee y') \vee (x \wedge y) = [(x' \vee y') \vee x] \wedge [(x' \vee y') \vee y]$$

بما ان E شبكة توزيعية

$$= (1 \vee y') \wedge (1 \vee x') = 1 \wedge 1 = 1$$

$$(x \wedge y) \wedge (x' \vee y') = [(x \wedge y) \wedge x'] \vee [(x \wedge y) \wedge y']$$

بما ان E شبكة توزيعية

$$= (0 \wedge y) \vee (0 \wedge x) = 0 \vee 0 = 0$$

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

ومن نستنتج أنه

هذا الاتحاد جيمس
وتبدلين

$$(x \wedge y)' = x' \vee y'$$

والقانون الثاني يبين أنه يتفق مع نظرية غامار

منه هامة

إذا كانت $(E, \gamma, \wedge, \vee, 1, 0)$ شبكة توزيعية تحتوي العنصرين

1 و 0 فإن مجموعة جميع العناصر التي لا مقفات في E تشكل شبكة جزئية مقمة في E

الاثبات :

لتكن M مجموعة جزئية من E شبكة E تحتوي على جميع العناصر من E التي لا مقفات أي عنصر آخر

$$x \in M \iff x' \in M$$

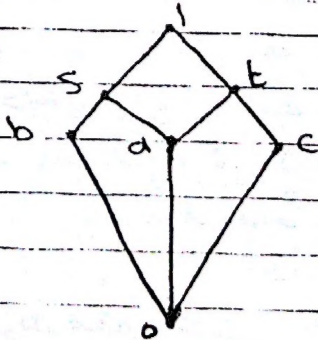
أن M تحتوي على العنصرين 1 و 0 أي $(1, 0) \in M$

وإذا كان $x, y \in M$ عناصر اختيارية ومن نظرية سابقة

$$\Rightarrow (x \wedge y)' = x' \vee y' \Rightarrow x \wedge y \in M \text{ و } x \vee y \in M$$

ومن نجد أن $(M, \gamma, \wedge, \vee, 1, 0)$ شبكة جزئية مقمة في E
مثال :

لنأخذ شبكة المعطاة بخط خارجي التالي



لتكن M مجموعة جميع العناصر التي لا مقفات أي :

$$M = \{c, d, s, t, b, a, 0, 1\}$$

هل هذه المجموعة تشكل شبكة جزئية ؟

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

۸. تکنیک سبک‌های زیاده

$$s \wedge t = a \notin M$$

لا ضلالة السبكة لسيّة نور عية

$$\left. \begin{aligned} t \wedge (b \vee c) &= t \\ (t \wedge b) \vee (t \wedge c) &= c \end{aligned} \right\} \Rightarrow t \neq c$$

21

$$\left. \begin{array}{l} b \vee c = b \vee t \\ b \wedge c = b \wedge t \end{array} \right\} \Rightarrow c = t$$

۴. بیکه لسی تو زنیه

مسبک اولیا سبک (سبک سبک بول)

تعریف:

كل شيء نوزيعة ومفقود من شيء بول

i-ak-i-

D(242), D(121)

سبكات توزيعية
والكثافة ليست مهمة

$(\rho, \epsilon, \nu, \lambda) \rightarrow \rho(\epsilon, \nu, \lambda)$

$$(0130), \leq, v, \wedge)$$

$$D(6), \leq, \vee, \wedge$$

$$(O(42), \leq, v, 1')$$

$D(24)$, $D(12)$ ۱.۱

لَمْ يَكُنْ فِيهَا شَيْءٌ

تشیع و تعریف

بما ان لا حظ له فيك حتى يوليانية يجب ان تتوافر في الشروط التالية.

[14] من كل سنة بولاية يوم الجمعة (11/10)

عند الأجداد ← عند الأهل

[2] - ليس عليه $E \ni x$ يوجد مقام p $x \in E$ فلا يكون y

هو عند اختياري من البنية E بحية يكون $x \wedge y = 0$ فإن $x \leq y$

وذلك لانه

$$y = y \wedge 1 = y \wedge (x \vee x') = (y \wedge x) \vee (y \wedge x') = y \wedge x'$$

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

$$x \leq y \Rightarrow x' \geq y'$$

[3] - إن مقام العنصر (1) هو (0) ومقام العنصر (0) هو (1) ومقام المقام
في الجبر العنصر (1) هو (0) :

$$0 = 1 \quad 1 = 0$$

$$x \in E \quad x' = (x')'$$

[4] في الجبر البوليني يمكن داليم بقية قانون دي مورغان :

$$(x \vee y)' = x' \wedge y'$$

$$(x \wedge y)' = x' \vee y'$$

$$\forall x, y \in E$$

البنية البولينية ذات أهمية كبيرة لأنها البنية الحلقية بول وكذا
يجر بول (والتي سوف ندرسها في الفصل القادم) :

سوف ندرسها في الفصل القادم :

إذا كانت $f: (M, \vee, \wedge, 0, 1) \rightarrow (N, \vee, \wedge, 0, 1)$ دالة

عندئذ :

[1] نقول عن f أنها دالة مورفيم سترينج إذا تحققت الشروط :

$$f(x \vee y) = f(x) \vee f(y)$$

$$f(x \wedge y) = f(x) \wedge f(y)$$

$$\forall x, y \in M$$

بالإضافة إلى ذلك ، إذا كانت الدالة f تقابل عندئذ فهي دالة مورفيم

سترينج ترمين :

[2] كما سنرى f مورفيم سترينج عاكس لترتيب إذا تحققت الشروط :

$$f(x \vee y) = f(x) \wedge f(y)$$

$$f(x \wedge y) = f(x) \vee f(y)$$

وإذا كانت P دالة تقابل (متباينة وعامة) فإن P هي إيزومورفزم
متكافئة عاكس للترتيب

إذا كانت مورفزم من الشبكة M وعامر في M إيزومورفزم
إذا كانت P مورفزم ومتباينة في M فهو مورفزم
إذا كانت $M \rightarrow M$ هي P شبكة طائفة P إيزومورفزم
مؤلفة

إذا كانت P مورفزم متكافئ ترتيبين فهو مورفزم ترتيبين
الافتراض : (1)

لتعرف $P: M \rightarrow N$ مورفزم متكافئ ترتيبين ولنبين أنه ترتيبين

$$x \leq y \Rightarrow y = x \vee y \Rightarrow P(x) = P(x) \vee P(y)$$

$$\Rightarrow P(x) \leq P(y)$$

(2) إذا كانت P مورفزم متكافئ للترتيب فهو مورفزم عاكس للترتيب

$$x \leq y \Rightarrow y = x \vee y \Rightarrow P(x) = P(x) \wedge P(y)$$

$$\Rightarrow P(x) \geq P(y)$$

وصفه فإن P مورفزم عاكس للترتيب

مؤلفة :

إذا كانت P تابع متباينة وعامر من الشبكة (M, \leq) إلى الشبكة

(N, \leq) فلاحظ :

(1) P إيزومورفزم متكافئ ترتيبين $\Leftrightarrow P$ إيزومورفزم ترتيبين

(2) P إيزومورفزم متكافئ للترتيب $\Leftrightarrow P$ إيزومورفزم عاكس للترتيب

الافتراض :

(3) لزوم الشرط :

بملاحظة سابقة حتم نبين أنه لازم + شرط يكفي أن P^{-1} هو

مورفزم ترتيبين للجموع (M, \leq) إلى المجموعة (N, \leq)

ليكن $n_1 \leq n_2$ هي عناصر من المجموعة (N, \leq) ولنفرض

$$m_1 = P^{-1}(n_1) \text{ و } m_2 = P^{-1}(n_2) \text{ فلاحظ}$$

$$P(m_1 \vee m_2) = P(m_1) \vee P(m_2) = n_1 \vee n_2 = n_2$$

$$m_1 \vee m_2 = P^{-1}(n_2) = m_2$$

$$P^{-1}(n_1) \subseteq P^{-1}(n_2) \quad \text{إذا } m_1 \subseteq m_2$$

وهنا يعني أن P^{-1} هو مورفيزم ترتيبين

\Rightarrow كفاية شرط

لتفرض أن P إيزومورفيزم ترتيبين للمجموعة (M, \leq) إلى المجموعة (N, \leq) وليشبه أن

$$P(x \vee y) = P(x) \vee P(y)$$

بما أن

$$x \leq x \vee y \text{ و } y \leq x \vee y \quad \text{تعريف } \sup$$

منه P يترافق بكون

$$\Rightarrow P(x) \leq P(x \vee y) \text{ و } P(y) \leq P(x \vee y)$$

مما يترتب عنه

$$\Rightarrow P(x) \vee P(y) \leq P(x \vee y) \dots (1)$$

وبما أن

$$P(x) \leq P(x) \vee P(y), \quad P(y) \leq P(x) \vee P(y)$$

فيكون

$$x \leq P^{-1}[P(x) \vee P(y)] \quad \text{بما أن } P \text{ إيزومورفيزم ترتيبين}$$

$$y \leq P^{-1}[P(x) \vee P(y)]$$

$$\Rightarrow x \vee y \leq P^{-1}[P(x) \vee P(y)]$$

وهنا وبما أن الصورة والمبكرة فيكون

$$P(x \vee y) \leq P(x) \vee P(y) \dots (2)$$

فما (1) و (2) نجد أن

$$P(x \vee y) = P(x) \vee P(y)$$

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

وبعض الطرق تبين ان

$$P(x, y) = P(x) \cdot P(y)$$

تربيع

ليكن $[a, b]$ مجالاً مغلقاً في شبكة توزيعية $(E, \mathcal{S}, \nu, 1)$ عندئذ اثبت ان

$$P: E \rightarrow [a, b]$$

$$P(x) = (x \vee a) \wedge b$$

والمعروفة بالبرهان.

هو مورفزم سبكي غامر وهذا هو المطلوب.

ملاحظة هامة :

اذا كان F هو المورفزم سبكي ترتيب من شبكة M في شبكة N

وكانت M تحتوي العنصر 1 فان $P(1) = P(0)$ و $P(1) = 1$

فمن الشبكة واحد N كما ان

$$(P(x))' = P(x')$$

حيث x' مقام العنصر x

البرهان :

ليكن y عنصر اختياري من الشبكة M عندئذ

هناك $x \in M$ يوجد عنده $x \leq y$

$$P(x) \leq y$$

وبما ان $x \in M$ و M تحتوي العنصر 1 فان

$$1 \leq x \leq 1$$

وبما ان F هو المورفزم سبكي ترتيب فان

$$P(0) \leq P(x) \leq P(1)$$

$$P(0) \leq y \leq P(1)$$

هذا يعني ان $P(0)$ هو من الشبكة N و $P(1)$ هو واحد الشبكة N

بقية ان تبين ان

$$(P(x))' = P(x')$$

لنفرض ان x هو مقام x عند y بترتيب المتكتم.

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

$$\left. \begin{array}{l} x \wedge x' = 0 \Rightarrow P(x) \wedge P(x') = 0 \\ x \vee x' = 1 \Rightarrow P(x) \vee P(x') = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$(f(x))' = f(x')$$

نہی

أما الشبكات المنتهية التي تكون خطوطها لها سلاسل متتالية هي الزمر مورفية مع بعض البنى

$$D(30) \cong D(42) \cong p(E)$$

Ex: $\{a, b, c\}$ - $\bar{a}b$

[illegible]

(5, 6, 7, 8) سبیلہ بولیاں عند ہمارے (a, b) کا مطالعہ

المعرفة بالعدد $\theta: S \rightarrow [0, a] \times [a, 1]$
 $\theta(x) = (x \wedge a, x \vee a)$

هو الزعفران سبكي ترتيب

انتهت المطافرة